

¿Serán posibles los superconductores a temperatura ambiente?

Monserrat Casas¹, Manuel de Llano², José María Getino³ y Honorino Rubio³

¹ Departament de Física y IFISC-CSIC, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, España

² Instituto de Investigaciones en Materiales, Universidad Nacional Autónoma de México, México, DF, México

³ Departamento de Física, Universidad de Oviedo, Oviedo, España

The phenomenon of superconductivity is briefly described along with a list of applications in the electrical, medical, computer and transportation industries. We stress how these applications become feasible if and when room-temperature superconductors are discovered. A new viewpoint in terms of the Bose-Einstein condensation of Cooper pairs is sketched as a possible starting-point to formulate a microscopic theory based on first-principles that might in time hopefully become predictive as well as descriptive. The new viewpoint hinges on the crucial presence of hole- as well as electron-Cooper-pairs.

Un material superconductor pierde toda resistencia al paso de una corriente eléctrica por debajo de una cierta temperatura T_c llamada crítica, y por lo tanto deja de sufrir pérdidas de energía en forma de calor al conducir esa corriente eléctrica. Es justo lo contrario de lo deseado en un tostador de pan o en una secadora de pelo. En realidad, el fenómeno de la superconductividad [1] es un legítimo ejemplo del “movimiento perpetuo,” ya que una vez establecida una corriente eléctrica en un circuito superconductor, ésta duraría indefinidamente sin desgaste alguno incluso en ausencia de fuentes externas de energía como, por ejemplo, una batería.

Lamentablemente, hasta ahora el superconductor con la máxima T_c corresponde apenas a 164 grados kelvin (K) (o 109 grados Celsius negativos). De modo que hay que utilizar refrigerantes como el helio (He) o el nitrógeno (N_2) líquidos para mantener el material a esas temperaturas de operación bajísimas. Pero estos refrigerantes resultan costosos y de manejo difícil y aparatoso aun siendo bastante mas barato el N_2 líquido que el He líquido. Desde el descubrimiento de la superconductividad en 1911 en el laboratorio

holandés de Kamerlingh Onnes en el conductor elemental mercurio (Hg), la T_c original de 4 K se fue elevando en distintos elementos, y posteriormente en aleaciones primero binarias y luego ternarias (con tres elementos), hasta llegar a principios de 1986 a 23 K. A este paso, antes de 1986, se deducía por extrapolación que la T_c ambiental de 300 K, con lo que bastaría usar el agua común como refrigerante, tardaría unos mil años en alcanzarse. En el mismo 1986, con nuevos superconductores cerámicos cuaternarios (compuestos químicos con cuatro diferentes tipos de átomos o elementos) la T_c más alta dio un salto de unos 11 K. Esto despertó tal frenesí entre investigadores experimentales físicos, químicos y metalúrgicos que en apenas siete años, desde 1986 hasta 1993, se descubrieron superconductores (compuestos óxidos de cobre, o cupratos) cuya T_c crítica saltó nada menos que 141 K para llegar al tope actual de 164 K, récord que se mantiene hasta fines de 2006. Pero este récord, conseguido en Houston [2] por Paul C. W. Chu y colaboradores en un cierto cuprato quinario con mercurio, queda aún muy por debajo de la temperatura ambiente, ver Fig. 1.

Física para todos
Física no mundo

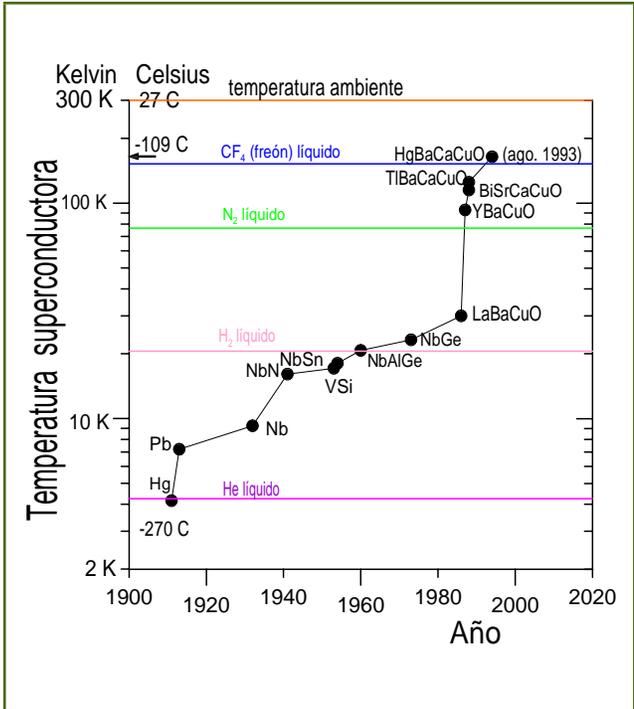


Figura 1. Evolución con el tiempo de la temperatura crítica T_c superconductora desde el descubrimiento del primer superconductor en 1911, el mercurio (Hg) con una $T_c \cong 4$ K, hasta el cuprato HgBaCaCuO descubierto en 1993 con una $T_c \cong 164$ K a muy alta presión (mas de 300,000 atmósferas).

Aplicaciones Tecnológicas

Mediante los buscados superconductores a temperatura ambiente sería posible tener sistemas magnéticos para extraer impurezas del agua, del carbón y del barro; sensores que midieran pequeñísimas variaciones del campo magnético terrestre para localizar depósitos de petróleo y de minerales; aparatos mecánicos sin fricción, etc... Además, podrían darse las siguientes revoluciones en las industrias eléctrica, médica, de computación y de transportes.

En la industria **eléctrica** (es decir, en los procesos de generación, almacenamiento y transmisión de energía eléctrica) podríamos tener:

- energía limpia, barata y abundante, a partir de la fusión termonuclear que requiere imanes superconductores en sus llamados tokamaks gigantes.
- una potencia eléctrica mucho mayor que la producida actualmente por los generadores convencionales.
- las llamadas “botellas” magnéticas que almacenen energía eléctrica indefinidamente (para utilizarse en horas “pico” de consumo).
- líneas de transmisión superconductoras que transmitieran corriente sin pérdidas de energía, actualmente alrededor del 20%.
- estaciones hidroeléctricas que enviaran la energía a miles de kilómetros de distancia sin pérdidas.
- tipos nuevos de baterías recargables que almacenasen enormes cantidades de energía.
- densidad de corriente (la cantidad de corriente eléctrica capaz de transmitirse por un conductor) mil veces mayor que la de un cableado doméstico típico.
- electrodomésticos que casi no consuman energía.
- motores superconductores que no requieran recargarse.
- generadores eléctricos diez veces más pequeños.

En la industria **médica** tendríamos:

- escáners de imagen (o tomografía) médica (por ejemplo, de resonancia magnética nuclear [o MRI (magnetic resonance imaging)] portátiles y relativamente baratos en lugar de los costosísimos actuales.

En la industria de la **computación** tendríamos:

- semiconductores mil veces más rápidos y menos “calientes.”
- supercomputadoras ultra-rápidas (de 10^{13} operaciones/segundo) del tamaño de una caja de zapatos.

En la industria de **transportes** terrestres, serían posibles:

- trenes “bala” magnéticamente levitados (maglev), que viajarían a más de 581 km/hora (los eléctricos convencionales lo hacen hasta 575 km/h).
- coches eléctricos baratos y potentes que no contaminarían.

- generadores superconductores en embarcaciones que reemplazarían los gigantes ejes de transmisión mecánicos actuales

...y en los **espaciales** tendríamos:

- lanzamiento de cohetes más efectivo, que requerirían mucho menos combustible y serían capaces de llevar cargas mucho mayores.

Sin embargo, los superconductores modernos de alta temperatura descubiertos a partir de 1986 siguen sin ser plenamente comerciales, y las actuales aplicaciones se limitan todavía al uso de los superconductores llamados “convencionales” conocidos desde antes de 1986, siendo por lo general aleaciones binarias, y que todavía requieren como refrigerante el He líquido. Peor aún, como ya se dijo, desde 1993 la búsqueda de superconductores “más calientes” se ha estancado en los 164 K, muy por debajo del “Santo Grial” que en este campo es la superconductividad a temperatura ambiente y que algunos auguran [2] tendría un impacto tecnológico equivalente al de la Revolución Industrial que inició en el siglo XVIII. Es muy posible que este estancamiento radique en la falta de una sólida teoría microscópica –es decir, de un formalismo basado en el comportamiento cuántico de los electrones, átomos y moléculas del material– que describa y sobre todo pueda predecir qué tipo de materiales pueden ser superconductores con mayores T_c .

Los condensados de Bose-Einstein

Uno de los nuevos enfoques, o paradigmas, conceptuales de la superconductividad viene a ser la llamada condensación de Bose-Einstein (BEC, por sus siglas en inglés) cuyo concepto en sí data de los años 1923-25. La BEC –considerada durante varias décadas otro “Santo Grial” pero de la física atómica, estadística y de bajas temperaturas– finalmente se observó experimentalmente en 1995 en una nube con unos dos mil átomos del rubidio-87 ($^{87}_{37}\text{Rb}$) cuyo núcleo consta de 87 nucleones circundados por 37 electrones, constituyendo un número total par de fermiones que hace que este átomo se comporte como un bosón. Por este experimento obtuvieron el Premio Nobel en Física de 2001 Eric Cornell y Carl Wieman [3] [ambos del National Institute of Science and Technology (NIST) en Colorado] y Wolfgang Ketterle del MIT quien utilizó átomos del sodio-23 ($^{23}_{11}\text{Na}$). En ambos casos, se trata de un gas de partículas idénticas clasificadas como “bosones” [en honor al físico bengalí Satyendra N. Bose (1894-1974)] ya que cada número par de átomos es una partícula compuesta que contiene un número par de “fermiones” [llamados así por el físico italo-norteamericano Enrico

Fermi (1901-1954)]. A muy bajas temperaturas este gas se condensa en un nuevo estado de la materia diferente a los cuatro estados conocidos: gas, líquido, sólido y plasma (fase que representa más del 99% del Universo). Como se sabe, toda partícula elemental o compuesta en la naturaleza es o bosón o fermión. Por ejemplo, los componentes fundamentales de la materia como el electrón, el protón y el neutrón (así como otras partículas menos comunes) son fermiones. Por otro lado, las partículas que transportan las interacciones entre éstas partículas fermiónicas –a saber la electromagnética, la gravitatoria, la fuerte y la débil– se manifiestan como partículas bosónicas elementales tales como el fotón, el gravitón, etc...

Desde 1995, la BEC de bosones compuestos se viene reproduciendo experimentalmente en distintos laboratorios mediante nubes de átomos –por definición eléctricamente neutros– ultra-enfriadas con láseres y campos magnéticos en trampas magneto-ópticas. En las nubes de átomos alcalinos que poseen un número impar de electrones [hidrógeno (^1_1H) con uno, litio (^7_3Li) con tres, sodio ($^{23}_{11}\text{Na}$) con 11, rubidio ($^{87}_{37}\text{Rb}$) con 37, etc.] y cuyos isótopos son impares (es decir, contienen un número total impar de nucleones, o sea protones más neutrones) se asegura que esos átomos individuales se comportarán como un bosón compuesto. Además de los ya mencionados, hasta fines de 2006 se habían ya creado BECs de $^{41}_{19}\text{K}$ (potasio), $^{85}_{37}\text{Rb}$ (rubidio), $^{133}_{55}\text{Cs}$ (cesio), $^{50}_{24}\text{Cr}$ (cromo) y $^{52}_{24}\text{Cr}$. En la BEC todos los bosones se aglomeran entre sí, pero sin interactuar ya que se trata de un gas llamado “ideal,” en un solo estado cuántico en el que los bosones iniciales pierden por completo su individualidad. A este aglomerado BEC se le ha llamado el “quinto estado” de la materia.

Por otro lado, un gas de fermiones en sí no sufre condensación alguna a bajas temperaturas como la BEC –a menos que en ese gas, por ejemplo, se apareen los fermiones en bosones llamados “pares de Cooper,” como se ha comprobado experimentalmente que ocurre entre los electrones, cargados negativamente, de un superconductor precisamente por encontrarse dicha pareja de electrones dentro del “mar de Fermi” que ocasionan los restantes electrones (del orden de 10^{23}). La BEC en fermiones se observó también en el NIST por primera vez en el año 2003, así como en otros laboratorios del mundo. Este condensado se considera ahora como el “Santo Grial II” pues representa un *sexto* estado de la materia– pese a que este estado ya se conocía, tal vez sin saberse, desde 1911 con los fermiones cargados (los electrones) que originan la superconductividad. Ahora se trata de un gas neutro de átomos fermiónicos como el potasio-40 ($^{40}_{19}\text{K}$, átomo cuyo núcleo contiene 40 nucleones circundados por 19 electrones) o el litio-6 (^6_3Li). Debido a los apareamientos entre estos átomos fermiónicos, el gas se

convierte en una mezcla binaria de bosones y de fermiones desapareados. Ya desde 1972 se había observado en Cornell un fenómeno muy parecido, en el ahora llamado superfluido de ^3_2He -líquido (compuesto también por átomos fermiones ya que constan de tres nucleones y dos electrones que dan así un número *impar* de fermiones). Lo observaron David Lee, Douglas Osheroff (cuando era estudiante de doctorado) y Robert Richardson quienes en 1996 compartieron el Premio Nobel en Física por ello. (El helio líquido utilizado como refrigerante se compone de átomos de ^4_2He que es un millón de veces más abundante que el ^3_2He .)

Nuevo paradigma sobre superconductores

Un nuevo enfoque conceptual de los superconductores supone que son un ejemplo más de la BEC. Este nuevo planteamiento del mecanismo de la fase superconductora viene a complementar la hasta ahora teoría “estándar” de la superconductividad introducida [4,5] originalmente en 1957 por John Bardeen, Leon Cooper y Robert Schrieffer (BCS) quienes por esto compartieron el Premio Nobel en Física de 1972. (Bardeen había ya compartido otro Nobel en Física por co-inventar el transistor en 1947). Si bien es cierto que esta teoría “estándar” describe excepcionalmente bien a los superconductores de baja temperatura, no ha podido hacerlo con los de alta temperatura. La nueva teoría [6,7] se basa en un modelo estadístico de mezcla gaseosa no binaria como en todos los modelos llamados “bosón-fermión” sino ternaria, ya que incluye también, indispensablemente como viene a resultar, pares (bosónicos) de Cooper de huecos (fermiónicos).

Sin estos huecos, el transistor que dio lugar a la sociedad informática en que vivimos, probablemente no hubiese sido inventado. Los huecos son perfectamente análogos a las antipartículas de la física de altas energías, salvo que en un material semiconductor o superconductor los huecos surgen a cualquier energía, o bien, a toda temperatura.

El nuevo modelo teórico bosón-fermión estadístico es como los binarios desarrollados a principios de la década de los años 1950, incluso antes de la teoría de BCS de 1957, por un grupo en Australia, M. R. Schafroth, J. M. Blatt y S. T. Butler, así como por el japonés T. Matsubara. El modelo bosón-fermión propuesto, que es ahora ternario, generaliza la teoría de la BEC introduciendo no interacciones bosón-bosón –que por definición están ausentes en toda BEC– sino interacciones bosón-fermión en la mezcla en equilibrio químico y térmico. Estas interacciones determinan la formación continua dentro del gas ternario de ambos tipos de pares de Cooper bosónicos a partir de electrones y huecos desapareados, así como la desintegración de dichos pares. El nuevo modelo es ternario en lugar de binario ya

que incluye dos tipos de pares de Cooper además de electrones desapareados. No es cuaternario ya que el considerar huecos desapareados expresamente no añade nada sustancial al problema. Contrariamente, los pares de huecos deben postularse explícitamente, como veremos a continuación.

Se parte de un Hamiltoniano cuyo término de orden cero (o Hamiltoniano no perturbado) describe al gas ternario no interactuante. A éste se le suma un Hamiltoniano que representa interacciones bosón-fermión que recuerda al Hamiltoniano electrón-fonón de Fröhlich salvo que los bosones ahora son pares de ambos tipos. A partir del Hamiltoniano total se construye la energía libre de Helmholtz F , cuyo mínimo asegura un estado termodinámico estable a cualquier temperatura absoluta T . Esta función F se minimiza separadamente tanto con respecto al número $N_0(T)$ de pares de electrones como con respecto al número de pares de huecos $M_0(T)$ en sus respectivos estados de momento total de centro de masas nulo. El estado de energía mínima corresponde al estado fundamental de la mezcla gaseosa. Luego se busca una temperatura llamada crítica T_c asociada al modelo BEC generalizado (GBEC) que por definición es aquella por debajo de la cual empiezan a ser macroscópicamente grandes uno o ambos de esos dos números $N_0(T)$ y $M_0(T)$. Se exige que el número total de cargas negativas sea constante. Así, resultan tres ecuaciones acopladas para los dos números $N_0(T)$ y $M_0(T)$, así como para el llamado potencial químico del gas de electrones, quedando estas tres incógnitas en función de la temperatura absoluta T . Junto con dos ecuaciones tipo “gap” (o brecha espectral, como en la teoría de BCS), aparece una llamada “ecuación de número” que contabiliza la forma en que se distribuyen los N electrones iniciales móviles o de conducción del sistema en $N_B(T)$ pares de electrones, en $M_B(T)$ pares de huecos, y en $N_f(T)$ electrones desapareados. Esta ecuación es

$$2N_B(T) - 2M_B(T) + N_f(T) = N.$$

Aquí se definieron

$$N_B(T) \equiv N_0(T) + N_{B^+}(T) \quad \text{y} \quad M_B(T) \equiv M_0(T) + M_{B^+}(T)$$

donde $N_{B^+}(T)$ y $M_{B^+}(T)$ son los números de ambos tipos de pares en estados excitados, es decir, con momentos totales de centro de masas no nulos y energéticamente fuera del condensado GBEC. Son precisamente los llamados pares de Cooper “pre-formados” que no se tomaron en cuenta en la teoría de BCS. El signo negativo asociado al término $-2M_B(T)$ en la ecuación de número se debe a que los signos de las cargas de los huecos son positivos, frente a las cargas

negativas de los electrones. Por otro lado, el número de electrones desapareados $N_f(T)$ dentro del modelo GBEC acaba siendo

$$2L^d \sum_k v_k^2(T)$$

donde L^d es el volumen del sistema en cualquier dimensionalidad d , el índice de suma k se refiere a los momentos en los estados individuales de los electrones, y $v_k^2(T)$ son precisamente los coeficientes de la transformación canónica de Bogoliubov-Valatin generalizados a temperatura no nula. Con esa transformación el ruso N. N. Bogoliubov re-derivó [5] la teoría de BCS por un camino totalmente distinto al de BCS y le dio al fenómeno una interpretación mucho más profunda desde el punto de vista de la teoría cuántica de muchos cuerpos. Los coeficientes $v_k^2(0) \equiv v_k^2$ (a temperatura cero) aparecieron por vez primera en la función de onda variacional de BCS para describir el estado superconductor

$$\prod_k (u_k + v_k a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+) |O\rangle$$

Este fue el punto de partida de la teoría BCS, donde los $a_{k\uparrow}^+$ y $a_{-k\downarrow}^+$ son operadores de creación electrónicos de momentos y espines opuestos, dando así apareamientos electrónicos con momento total y espín cero, siendo $|O\rangle$ el llamado vacío de BCS.

El modelo GBEC contiene como caso especial a la teoría BCS cuando los dos números $N_B(T)$ y $M_B(T)$ de ambos tipos de pares coinciden y el acoplo interelectrónico que los produce es *débil*. El nuevo paradigma GBEC recupera no sólo la llamada ecuación del “gap” emblemática de la teoría BCS, que es función de acoplamiento y de temperatura, sino que también reproduce la misma expresión, a temperatura cero y todo acoplo, para la energía total de muchos electrones en plena interacción del estado fundamental de la fase superconductor. Justamente la mitad de esta energía se debe a los pares de huecos en el condensado GBEC en tanto que la otra mitad proviene de los pares condensados de electrones. Antes de tomarse el límite de acoplamiento interelectrónico débil la ecuación del “gap” va acompañada por otra ecuación, la ecuación del número N total de electrones que determina el potencial químico del gas. El modelo con *ambas* ecuaciones es la teoría llamada BCS-Bose “crossover” [8]-[10] ya que permite visualizar la evolución entre dos regímenes, el de acoplo débil (llamado de “BCS”) en que los pares están poco ligados, son enormes en extensión, y se solapan fuertemente entre sí, hasta el régimen de acoplo fuerte en que los pares son pequeños

y bien separados entre sí (llamado de “Bose”). Ver organigrama, Fig. 2.

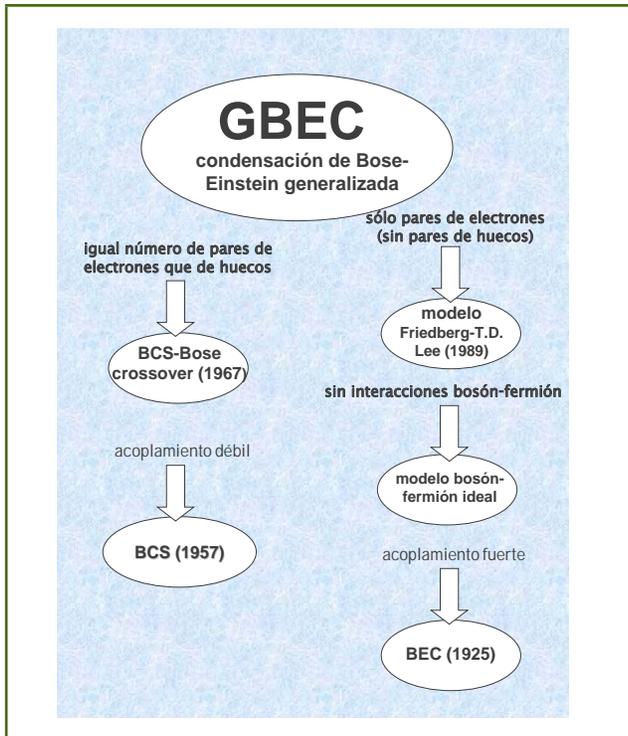


Figura 2. Organigrama que muestra los casos límites del modelo que generaliza la teoría de la condensación de Bose-Einstein (GBEC) que llevan, por un lado, al modelo de BCS (con igual número de ambos tipos de pares y acoplamiento entre electrones débil), y por el otro, a la fórmula misma de la BEC (cuando se desprecian los pares de huecos y el acoplamiento interelectrónico es fuerte). Estos dos extremos incluyen como casos intermedios a otros tres modelos descritos en las Refs. [8]-[10] (el modelo “crossover”), la Ref. [11] (modelo BEC de Friedberg-T.D. Lee) y la Ref. [12] (modelo bosón-fermión ideal).

El llamado “parámetro de orden” asociado a la fase superconductor según BCS es precisamente el “gap” $\Delta(T)$ en función de la temperatura. Esta función de T se anula para toda $T > T_c$ y crece en magnitud por debajo de T_c hasta llegar a un valor máximo $\Delta(0)$ en $T = 0$. Su forma de “media campana” recuerda la forma del parámetro de orden en la BEC ordinaria, que sería la función $N_0(T)$ o la función $M_0(T)$, donde el cociente $N_B(T) / N_B(0)$ es la llamada “fracción del condensado” Bose-Einstein. De hecho, resulta la sencillísima conexión

$$\Delta(T)/\Delta(0) = \sqrt{N_B(T)/N_B(0)} = \sqrt{M_B(T)/M_B(0)} \leq 1$$

entre ambos parámetros de orden, ver Fig. 3, quedando así unificadas ambas teorías. Pero en la teoría BCS no se rebasan T_c s superconductoras de aproximadamente 45 K, por lo que no es capaz de describir, ni mucho menos predecir, los superconductores cupratos de alta temperatura descubiertos a partir de 1986 por Georg Bednorz y Alex Müller (Premio Nobel, 1987) y cuyas T_c s empíricamente alcanzan hasta hoy día, como ya se dijo, los 164 K.

El modelo GBEC contiene la teoría BCS, y de paso reivindica a los pares de Cooper como verdaderos bosones capaces de sufrir una BEC. También se recupera como caso muy especial la fórmula bien conocida para T_c que surge de la teoría ordinaria de la BEC deducida en los libros de texto, a saber

$$T_c \simeq 3.31 \frac{\hbar^2}{2m_B k_B} [N_B(T_c)/L^3]^{2/3}$$

donde m_B es la masa del bosón, \hbar y k_B las constantes de Planck y de Boltzmann, respectivamente. Esta fórmula surge del gas ternario en el modelo GBEC cuando: a) se ignoran por completo los pares de huecos y b) el acoplo interelectrónico es lo suficientemente fuerte para que acaben de aparearse los electrones desapareados restantes dejando únicamente pares de Cooper de electrones en el sistema.

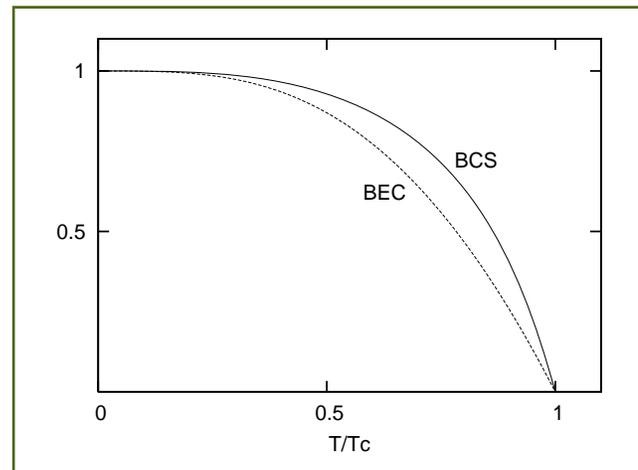


Figura 3. Dependencia en temperatura absoluta T (referida a la crítica T_c) de los parámetros de orden (normalizados a la unidad en $T = 0$) descritos en la Ec. (1) asociado al modelo de BCS $\Delta(T)/\Delta(0)$, donde $\Delta(T)$ es la brecha (“gap” espectral) de BCS, y los asociados al modelo de la GBEC, $N_B(T)/N_B(0)$ que es la fracción del condensado de pares de electrones o $M_B(T)/M_B(0)$ la de pares de huecos.

Además de los dos extremos de BCS y de BEC, y del “crossover,” el modelo GBEC da lugar a otros dos modelos como casos especiales, el de Friedberg y T. D. Lee de 1989 [11] y un modelo bosón-fermión llamado “ideal” [12] ya que no contiene interacciones bosón-fermión pero sí interelectrónicas y que es capaz de ubicar singularidades en temperatura como valores T_c que resultan realistas para superconductores cupratos. Ver organigrama, Fig. 2.

Finalmente, para condensados no mezclados como en el caso de BCS sino puros de un sólo tipo (e. g., de pares de electrones) o del otro, el modelo GBEC incluyendo ambos tipos de pares es capaz de brindar T_c s de *dos a tres ordenes* de magnitud más elevadas que las de BCS incluso para acoplos moderados, permitiendo fácilmente la obtención de T_c s del orden de temperaturas ambientales –al menos en teoría. Todo esto se consigue con la dinámica electrón-fonón que cause los apareamientos de Cooper y sin invocar dinámicas no convencionales.

Conclusión

El estancamiento en la carrera por encontrar en los laboratorios superconductores con T_c s cada vez más altas hasta llegar a temperaturas ambiente, carrera que hasta hoy procede por “prueba y error,” bien podría superarse una vez que se cuente con la orientación que proporcione una teoría microscópica correcta del fenómeno, teoría que podría resultar como un ejemplo más de la condensación de Bose-Einstein apropiadamente generalizada.

* Trabajo iniciado durante un semestre sabático en el Texas Center for Superconductivity, University of Houston, Houston, TX 77204, EUA, al que agradece su hospitalidad MdeLL. Agradecemos a M. A. Solís por la Figura 1. El trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos FIS2005-02796 del MEC (España) e IN106401 del PAPIIT (México).

Referencias bibliográficas

- [1] Una excelente introducción divulgada al tema es el capítulo III de: HOKIM, Q., KUMAR, N., LAM, C.S., “*Invitation to Contemporary Physics*,” 2da ed. (World Scientific, Singapur, 2004).
- [2] CHU, PAUL C. W., “*High-Temperature Superconductors*.” Scientific American 273 (septiembre, 1995) págs. 162-165.
- [3] CORNELL, E. A., WIEMAN, E. A., “*The Bose-Einstein Condensation*.” Scientific American (marzo, 1998) págs. 26-30.
- [4] BARDEEN, J., COOPER, L. N., SCHRIEFFER, J. R., “*Theory of Superconductivity*.” Phys. Rev. 108 (1957) 1175-1204.
- [5] BOGOLIUBOV, N. N., TOLMACHEV, V. V., SHIRKOV, D. V., “*A New Method in the Theory of Superconductivity*.” (Consultants Bureau, NY, 1959).
- [6] TOLMACHEV, V. V., “*Superconducting Bose-Einstein condensates of Cooper pairs interacting with electrons*.” Phys. Lett. A 266 (2000) 400-408.
- [7] DE LLANO, M., TOLMACHEV, V. V., “*Multiple phases in a new statistical boson-fermion model of superconductivity*.” Physica A 317 (2003) 546-564.
- [8] CASAS, M., GETINO, J. M., DE LLANO, M., PUENTE, A., CARTER, R. M., RUBIO, H., VAN DER WALT, D., “*BCS-Bose model of exotic superconductors: Generalized coherence length*.” Phys. Rev. B 50 (1994) 15945-15952.
- [9] CARTER, R. M., CASAS, M., GETINO, J. M., DE LLANO, M., PUENTE, A., RUBIO, H., VAN DER WALT, D., “*Coherence lengths for three dimensional superconductors in the BCS-Bose picture*.” Phys. Rev. B 52 (1995) 16149-16154.
- [10] CHEN, Q., STAJIC, J., TAN, SH., LEVIN, K., “*BCS-BEC crossover: From high temperature superconductors to ultracold superfluids*.” Phys. Rep. 412 (2005) 1-88.
- [11] FRIEDBERG, R., LEE, T. D., “*Gap energy and long-range order in the boson-fermion model of superconductivity*.” Phys. Rev. B 40 (1989) 6745-6762.
- [12] CASAS, M., PUENTE, A., RIGO, A., DE LLANO, M., SOLÍS, M.A., “*Two-dimensional Bose-Einstein condensation in cuprate superconductors*.” Sol. State Comm. 123 (2002) 101-106.