

Teleportación Cuántica: Pasado y Presente

A. Cassinello¹, A. Gallego¹ y D. Salgado²

¹I.E.S. Emilio Castelar. Madrid

²Dpto. Física Teórica. Univ. Autónoma de Madrid. Madrid

1. Introducción

El vocablo teleportación, de etimología mixta¹, es un raro ejemplo de palabra tomada prestada de la ciencia ficción por la física para describir un fenómeno de transferencia de ciertas propiedades de un sistema a otro sin pasar por el espacio intermedio que los separa. Indudablemente *teleportación* (a veces también referida como *teletransportación*) evoca imágenes de conocidas producciones cinematográficas en las que los protagonistas cambian de posición instantáneamente sin movimiento mayor que apretar un botón. Lamentablemente, como veremos, actualmente la teleportación consiste primordialmente en un método de distribución de información codificada cuánticamente a través de canales seguros frente a su pérdida, deterioro o interceptación por intermediarios no deseados.

La teleportación, por tanto, se engloba en la emergente disciplina de la teoría cuántica de la información, cuyo objetivo es procesar información mediante sistemas cuánticos, esto es, básicamente mediante sistemas descritos por las leyes de la mecánica cuántica [1]. Por ello, los ingredientes esenciales para describir este fenómeno serán el vector de estado $|\psi\rangle$ del sistema, que describe sus propiedades, y los observables, es decir, las cantidades físicas susceptibles de ser medidas en tal sistema. Puesto que el objetivo es procesar información, al igual que en la teoría clásica se emplea un alfabeto binario $\{0,1\}$ (los *bits*) correspondiente a dos estados diferentes del sistema físico que procesa la información, en la versión cuántica se emplea asimismo un alfabeto binario correspondiente a dos estados de un sistema cuántico, que se han acordado en denotar por $|0\rangle$ y $|1\rangle$ (los *cúbits*²). Estos estados, además, deben ser perfectamente distinguibles, por tanto, deberán ser ortogonales: $\langle 0|1\rangle = 0$ (en otras palabras, si el sistema se encuentra en uno de los dos estados, al medir, nunca se obtendrá como resultado el otro estado).

A partir de aquí, el principio de superposición y el postulado cuántico de proyección se convierten en las herramientas básicas para procesar, transformar y manipular la información:

- Si un sistema cuántico puede encontrarse en los estados $|\Psi_1\rangle$ y $|\Psi_2\rangle$, entonces también puede hallarse³ en el estado $a_1|\Psi_1\rangle + a_2|\Psi_2\rangle$, donde $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$.
- Si un sistema cuántico se halla en el estado $|\Psi\rangle$ y se practica una medida del observable $A = a_1|\Phi_1\rangle\langle\Phi_1| + \dots + a_N|\Phi_N\rangle\langle\Phi_N|$, con resultado, por ejemplo, a_k (lo que ocurre con probabilidad $|\langle\Phi_k|\Psi\rangle|^2$), entonces el sistema pasa a estar en el estado $|\Phi_k\rangle$.

La explosión de recursos de los sistemas cuánticos aparece al considerar los sistemas compuestos, en los que los mismos principios siguen siendo válidos. Como consecuencia aparece el entrelazamiento, esto es, las correlaciones no locales y de origen puramente cuántico entre partes de un sistema. El ejemplo canónico de estado entrelazado es el estado *singlete* de espín:

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|z^+\rangle_1 |z^-\rangle_2 - |z^-\rangle_1 |z^+\rangle_2]$$

donde $|z^\pm\rangle$ denota el autoestado de componente de espín \pm en la dirección z , respectivamente. Adviértase cómo este estado surge de una aplicación directa del principio de superposición a la parte de espín de dos partículas de espín $1/2$: si $|z^+\rangle_1 |z^-\rangle_2$ y $|z^-\rangle_1 |z^+\rangle_2$ son dos posibles estados para el sistema de ambas partículas, entonces la combinación lineal de ambas dada por el estado *singlete* también es posible. Las correlaciones se observan a través del siguiente sencillo cálculo de probabilidades. Si medimos la componente z de espín sobre el primer sistema y obtenemos z_1^+ , entonces la probabilidad de obtener z_2^+ sobre el sistema 2 es 0, mientras que la probabilidad de obtener z_2^- es 1:

$$\Pr(z_2^+ | z_1^+) = 0, \quad \Pr(z_2^- | z_1^+) = 1.$$

Análogamente $\Pr(z_2^+ | z_1^-) = 1$ y $\Pr(z_2^- | z_1^-) = 0$. Las correlaciones son claras y, además, tienen lugar incluso si las medidas se practican de modo que ninguna señal luminosa procedente de un sistema pueda alcanzar el otro sistema antes de la obtención de sendos resultados. Este es el origen del término no local.

Al objeto de introducir la notación de uso extendido en información cuántica, en lugar de referirse a componentes de espín, en general, los estados de cada subsistema se denotarán por $|0\rangle$ y $|1\rangle$ y sus combinaciones lineales por $a_0|0\rangle +$

Física para todos
Física no mundo

¹Del griego, *τελε* (lejos) y del latín, *portare* (portar, transportar). Uno de los autores originales de la propuesta original (A. Peres) propugnaba acuñar la palabra *telefêresis*, etimológicamente más correcta.

²Del inglés, por analogía con bit, *quantum bit*, esto es, bit cuántico. La palabra *qubit* es claramente extraña al idioma español, por lo que la comunidad hispanohablante debería buscar una adecuada traducción. Nuestra propuesta es sencillamente *cúbit*.

³Existe una excepción, a saber, cuando existen las llamadas reglas de superselección. Puesto que no desempeñan un papel relevante en la teoría cuántica de la información, la aplicación del principio de superposición será suficientemente general en tal disciplina.

$a_1|1\rangle$. Una de las tareas cruciales en las propuestas experimentales de esta disciplina es identificar sistemas físicos con dos estados distinguibles y manipulables que puedan hacer las veces de cúbit (los estados de polarización de un fotón, estados internos de un átomo o un ion, el espín de un núcleo, etc.). Los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ suelen recibir a menudo el nombre de base computacional, pues las medidas sobre los subsistemas suelen practicarse en esta base (esto es, como resultado de la medida el estado queda, con las probabilidades correspondientes, en los estados $|0\rangle$ ó $|1\rangle$).

Con esta notación, el estado singlete es $|\Psi^-\rangle = 1/\sqrt{2}[|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle] \equiv 1/\sqrt{2}[|01\rangle - |10\rangle]$. De igual manera, las siguientes combinaciones lineales también aparecen con asiduidad:

$$|\Psi^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}[|01\rangle \pm |10\rangle],$$

$$|\Phi^\pm\rangle = 1/\sqrt{2}[|00\rangle \pm |11\rangle].$$

Estos cuatro estados reciben un nombre especial, a saber, conforman la llamada *base de Bell* o *estados de Bell*, en honor a J.S. Bell [2]. Cada uno de ellos también presenta correlaciones cuánticas no locales. Adviértase cómo cualquier estado de dos cúbits puede expresarse como combinación lineal apropiada de estos cuatro estados

$$|\Psi\rangle_{12} = a|\Psi^+\rangle + b|\Psi^-\rangle + c|\Phi^+\rangle + d|\Phi^-\rangle.$$

Los estados de Bell, como comprobaremos, desempeñan un papel fundamental en la teleportación de estados cuánticos.

2. El esquema general de teleportación

La propuesta original de teleportación apareció en [3] y se ha mantenido vigente hasta la fecha, salvo ligeras modificaciones en sus diferentes implementaciones experimentales. La teleportación, como hemos adelantado, consiste en la transmisión de información cuántica a través de un canal seguro entre un emisor y un receptor, conocidos en la literatura científica como *Alice* y *Bob*, con parientes iberoamericanos llamados Alicia y Benito. Los cinco ingredientes fundamentales para llevar a cabo la teleportación de un estado desconocido $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ de Alicia a Benito son:

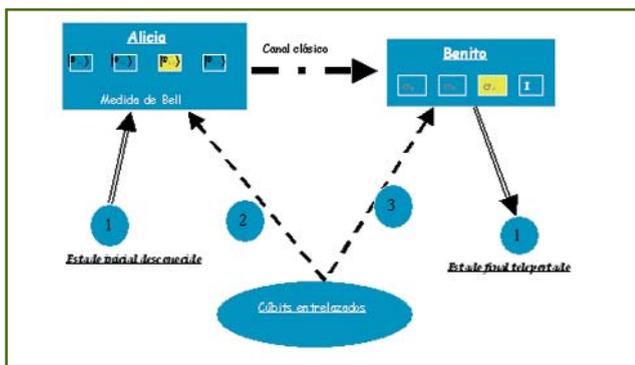
- El cúbit en estado desconocido $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$.
- Un estado entrelazado de dos cúbits, cada uno en posesión de Alicia y Benito, respectivamente.
- Una medición por parte de Alicia en la base de Bell (o medida de Bell).
- Un canal de información clásica entre Alicia y Benito.
- Un conjunto de transformaciones unitarias locales $\{I, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ sobre el cúbit de Benito.

De modo genérico, estos cinco ingredientes aparecen en todos los experimentos realizados sobre teleportación y constituyen el esqueleto básico para cualquier propuesta

experimental concreta. El protocolo queda resumido esquemáticamente en la figura adjunta.

2.1. Etapa 1: Estado inicial

En primer lugar, Alicia debe disponer de un cúbit en un estado inicial arbitrario $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$, esto es, a y b cualesquiera tales que $|a|^2 + |b|^2 = 1$. El calificativo desconocido se refiere al hecho de que Alicia no puede explotar su posible conocimiento acerca del estado que quiere teleportar a Benito. Si así fuese, siempre tendría dos opciones, a saber, o bien comunica de manera completamente clásica a Benito tal información y éste puede preparar un número arbitrario de cúbits en ese mismo estado, o bien, ella misma prepara tantos cúbits en ese estado como quiera enviar directamente a Benito. Ninguna de tales opciones conlleva un procesamiento cuántico de la información enviada de Alicia a Benito.



Debe quedar claro que, en los experimentos realizados, se tiene conocimiento del estado a teleportar, pero este conocimiento sólo se emplea para constatar que el estado final que Benito ha recibido tras el protocolo coincide con el estado inicial que Alicia quería transmitir.

La motivación última de este desconocimiento radica en el lamentable hecho de que la información codificada cuánticamente no puede copiarse, esto es, a partir de dos sistemas en estado $|\psi\rangle|b\rangle$, donde $|b\rangle$ denota un estado (en blanco) cualquiera, es imposible conseguir el estado $|\psi\rangle|\psi\rangle$ para cualquier estado inicial $|\psi\rangle$. Esto se traduce en la imposibilidad de diseñar un protocolo que reproduzca la información arbitraria $|\psi\rangle$ poseída por Alicia (sea cual sea el estado $|\psi\rangle$) en el sistema que Benito controla, manteniendo aquella la información original. Este es básicamente el conocido teorema de no clonación [4]. La teleportación es, por tanto, una solución que circunviene parcialmente estas dificultades.

2.2. Etapa 2: Par entrelazado

Alicia y Benito disponen individualmente de sendos cúbits que se hallan en un estado entrelazado, por tanto, están correlacionados. Para ser concretos, supondremos que tal

estado es el estado singlete $|\Psi^-\rangle = 1/\sqrt{2}[|01\rangle - |10\rangle]$, donde el primer cúbit pertenece a Alicia y el segundo, a Benito. Consecuentemente, Alicia dispone en total de dos cúbits y Benito, de uno sólo.

La generación a voluntad de pares de cúbits en estado entrelazado es uno de los hitos experimentales asociados a la información cuántica. Tal generación depende evidentemente de la naturaleza física de los cúbits escogidos. En la descripción de las diversas implementaciones experimentales indicaremos cuál es la fuente de pares entrelazados.

2.3. Etapa 3: Medida de Bell

Alicia practica una medida de Bell sobre el cúbit inicial en estado desconocido y su cúbit del par entrelazado. Esta es la etapa crucial en la que las sorprendentes características de la mecánica cuántica entran en juego.

Realizar una medida de Bell sobre un par de cúbits no es otra cosa que medir un observable del tipo

$$a_1|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + a_2|\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| + a_3|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| + a_4|\Phi^-\rangle\langle\Phi^-|,$$

donde a_i son números reales arbitrarios que representan los resultados posibles de la medida, de tal modo que como resultado de la medida el estado queda en uno de los estados de Bell $\{|\Phi^\pm\rangle, |\Psi^\pm\rangle\}$. En otras palabras, es medir simultáneamente cantidades correlacionadas entre los sistemas que forman los estados de Bell, cuya importancia queda así mostrada. Este es otro hito experimental de la disciplina.

Obsérvese cómo el postulado cuántico de proyección permite concluir que, si el resultado de la medida es a_1 , el estado del sistema conjunto de ambos cúbits pasa a ser $|\Psi^-\rangle$, si es a_2 , pasa a ser $|\Psi^+\rangle$; si es a_3 , pasa a ser $|\Phi^+\rangle$ y si es a_4 , pasa a ser $|\Phi^-\rangle$. Como habíamos adelantado, estos recursos surgen al aplicar directamente los primeros principios de la mecánica cuántica a los sistemas compuestos.

Pero esta aplicación no sólo afecta a los dos cúbits de Alicia, sino que debe asimismo considerarse el tercer cúbit de Benito, por tanto, el estado conjunto total, en el caso en que el par entrelazado que comparten Alicia y Benito sea $|\Psi^-\rangle_{23}$, viene dado por

$$|\Psi\rangle_{123} = 1/\sqrt{2} [\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle]_1 [|01\rangle - |10\rangle]_{23}.$$

Es un mero ejercicio de álgebra percatarse de que esta expresión puede escribirse en la siguiente forma más sugerente

$$|\Psi\rangle_{123} = 1/2 [|\Psi^-\rangle_{12}(-\alpha|0\rangle_3 - \beta|1\rangle_3) + |\Psi^+\rangle_{12}(-\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3) + |\Phi^-\rangle_{12}(\alpha|1\rangle_3 + \beta|0\rangle_3) + |\Phi^+\rangle_{12}(\alpha|1\rangle_3 - \beta|0\rangle_3)].$$

Para ello tan sólo debe emplearse la expresión de los estados de Bell introducida en la sección anterior. Nuevamente se comprueba la importancia de estos estados. Dado este estado, al practicar Alicia la medida de Bell sobre los cúbits en su posesión (1 y 2), obtendrá cuatro posibles resultados, con

Resultado de la medida de Bell	Estado total tras la medida	Estado del cúbit de Benito
$a_1 \leftrightarrow \Psi^-\rangle_{12}$	$ \Psi^-\rangle_{12}(-\alpha 0\rangle_3 - \beta 1\rangle_3)$	$-\alpha 0\rangle_3 - \beta 1\rangle_3$
$a_2 \leftrightarrow \Psi^+\rangle_{12}$	$ \Psi^+\rangle_{12}(-\alpha 0\rangle_3 + \beta 1\rangle_3)$	$-\alpha 0\rangle_3 + \beta 1\rangle_3$
$a_3 \leftrightarrow \Phi^-\rangle_{12}$	$ \Phi^-\rangle_{12}(\alpha 1\rangle_3 + \beta 0\rangle_3)$	$\alpha 1\rangle_3 + \beta 0\rangle_3$
$a_4 \leftrightarrow \Phi^+\rangle_{12}$	$ \Phi^+\rangle_{12}(\alpha 1\rangle_3 - \beta 0\rangle_3)$	$\alpha 1\rangle_3 - \beta 0\rangle_3$

los consiguientes estados en los que queda el sistema, según la tabla adjunta.

2.4. Etapa 4: Comunicación clásica

Tras la medida de Bell, Alicia debe comunicar a Benito a través del canal clásico cuál ha sido el resultado de la medida. Esta etapa es ineludible y descansa sobre la *coexistencia pacífica* entre la mecánica cuántica (en particular, sus correlaciones no locales) y la teoría especial de la relatividad. En particular, esta necesidad de comunicación clásica responde al hecho de la imposibilidad de enviar información a través de un canal puramente cuántico (necesariamente más rápido que la luz). En otras palabras, si no es por tal intercambio clásico de información, Benito encuentra imposible saber cuál ha sido el resultado de la medida de Alicia, incluso a pesar de las correlaciones iniciales no locales entre los cúbits 2 (de Alicia) y 3 (de Benito).

2.5. Etapa 5: Operación unitaria local

Finalmente, Benito, a partir de la información recibida, realiza una operación unitaria U sobre el cúbit en su posesión, según la siguiente tabla

Estado del cúbit de Benito	Resultado de la medida de Bell	Operación Unitaria
$-\alpha 0\rangle_3 - \beta 1\rangle_3$	$a_1 \leftrightarrow \Psi^-\rangle_{12}$	$-I$
$-\alpha 0\rangle_3 + \beta 1\rangle_3$	$a_2 \leftrightarrow \Psi^+\rangle_{12}$	$-\sigma_Z$
$\alpha 1\rangle_3 + \beta 0\rangle_3$	$a_3 \leftrightarrow \Phi^-\rangle_{12}$	σ_X
$\alpha 1\rangle_3 - \beta 0\rangle_3$	$a_4 \leftrightarrow \Phi^+\rangle_{12}$	$i\sigma_Y$

Nuevamente es elemental darse cuenta de que, en cualquiera de los cuatro casos, el estado final del cúbit de Benito pasa a ser $\alpha|0\rangle_3 + \beta|1\rangle_3$, es decir, el estado inicial que Alicia quería teleportar a Benito.

3. Teleportación de fotones

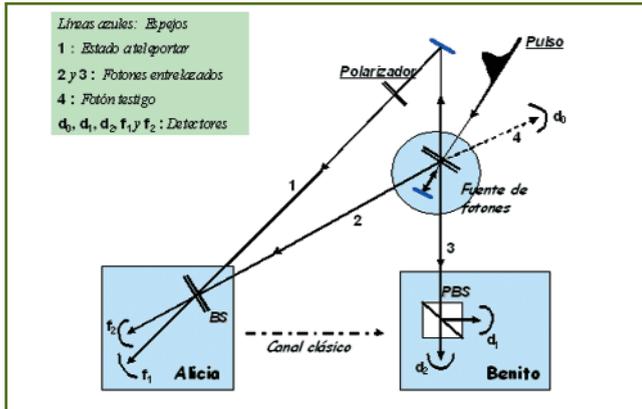
Nos ocuparemos primeramente de las implementaciones del protocolo de teleportación en las que los sistemas físicos empleados son fotones. Las primeras realizaciones experimentales tuvieron lugar en 1997 y 1998. Analizaremos la primera con cierto detalle porque proporciona las pautas más importantes que han servido de fundamento a realizaciones posteriores.

Física para todos
Física no mundo

3.1. El experimento de Innsbruck

En este experimento pionero [5], el sistema físico elegido como cúbit es el estado de polarización de un fotón, por lo que a menudo se escribe $|H\rangle$ y $|V\rangle$ en lugar de $|0\rangle$ y $|1\rangle$, respectivamente, haciendo referencia a los estados de polarización lineal horizontal y vertical del fotón.

El esquema general del experimento es el siguiente:

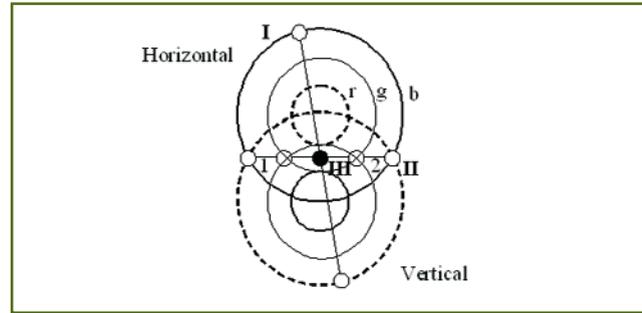


Un pulso ultravioleta crea, al pasar por un cierto tipo de cristal, el par de fotones entrelazados 2 y 3 y, después de reflejarse en un espejo, crea el par 1 y 4. El fotón 1 se prepara, mediante un polarizador, en el estado a teleportar. Este es el cúbit inicial de Alicia. Seguidamente, siguiendo el protocolo, Alicia hace una medida conjunta de los fotones 1 y 2; comunica su resultado a Benito por un canal clásico y éste último transforma adecuadamente el estado del fotón 3 que ha recibido, recuperando el estado del fotón 1.

Examinemos los aspectos clave del experimento:

Etapa 2: creación de fotones entrelazados. Se consiguen con el procedimiento llamado “conversión paramétrica a la baja (de tipo II)”, consistente en lo siguiente: Cuando un fotón atraviesa un tipo especial de cristal da lugar, con una cierta pequeña probabilidad, a dos fotones de polarizaciones opuestas. Este fenómeno se había descubierto a principio de los años 70 al observar que cuando un láser atravesaba un cristal de borato de bario se producía al otro lado del mismo un halo con los colores del arco iris. La conservación de la energía del proceso determina que la suma de frecuencias de los fotones convertidos sea igual a la frecuencia del fotón original. En la figura se pueden ver las secciones circulares correspondientes a las dos superficies cónicas que se crean a la salida del cristal. La superficie cónica superior corresponde a fotones horizontalmente polarizados. La inferior a fotones verticalmente polarizados. Se han dibujado tres parejas de circunferencias correspondientes a tres frecuencias distintas: r (rojo), g (verde) y b (azul). En la figura se señalan tres pares de fotones. Cada fotón va acompañado de

su simétrico de modo que el momento transversal total sea nulo y se cumpla así la conservación del momento.

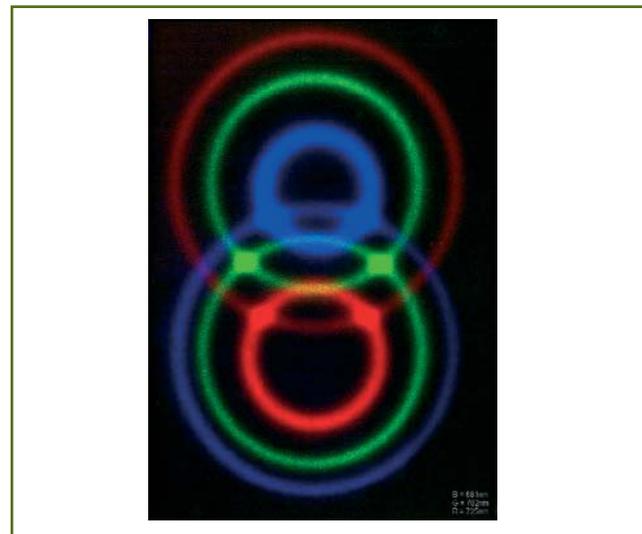


El par I se caracteriza por el estado $|H\rangle_b|V\rangle_r$. El par II es una mezcla de $|H\rangle_1|V\rangle_2^r$ y $|V\rangle_1^r|H\rangle_2^b$, ya que caben las dos posibilidades de polarización para cada fotón. No es un estado entrelazado, pues se pueden distinguir las dos posibilidades midiendo la frecuencia de los fotones.

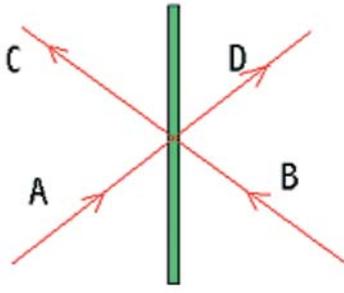
En cambio el par III, en estado $(|H\rangle_1|V\rangle_2 + |V\rangle_1|H\rangle_2)/\sqrt{2}$, constituye un verdadero estado entrelazado porque los dos fotones tienen la misma frecuencia g (verde) y por tanto son indistinguibles. Añadiendo un cristal birrefringente en la trayectoria del fotón 1 ó del 2 se consigue un desfase de π rad, produciendo el estado entrelazado

$$|\Psi^-\rangle_{12} = (|H\rangle_1|V\rangle_2 + e^{i\pi}|V\rangle_1|H\rangle_2)/\sqrt{2} = (|H\rangle_1|V\rangle_2 - |V\rangle_1|H\rangle_2)/\sqrt{2}.$$

La fotografía siguiente es en realidad una superposición de tres fotografías hechas con tres filtros de frecuencia, centrados, respectivamente, en 681 nm, 702 nm y 725 nm.



Etapa 3: medida de Bell. Alicia hace la medición de los estados de Bell utilizando sencillamente un divisor de haz simétrico.



En él se verifica la transformación de estados de variables espaciales $|A\rangle \rightarrow i|C\rangle + |D\rangle$; $|B\rangle \rightarrow i|D\rangle + |C\rangle$ (el rayo que se refleja se retrasa $\pi/2$), de manera que si llegan simultáneamente los fotones 1 y 2 a A y B es posible discriminar entre los estados espaciales simétrico $|\Psi_S\rangle_{12} = (|A\rangle_1|B\rangle_2 + |B\rangle_1|A\rangle_2)/\sqrt{2}$ y antisimétrico $|\Psi_A\rangle_{12} = (|A\rangle_1|B\rangle_2 - |B\rangle_1|A\rangle_2)/\sqrt{2}$, ya que el efecto que sobre ellos tiene el divisor de haz es muy distinto. Más concretamente, $|\Psi_S\rangle_{12}$ se transforma en $(|C\rangle_1|C\rangle_2 + |D\rangle_1|D\rangle_2)/\sqrt{2}$, mientras que $|\Psi_A\rangle_{12}$ se transforma en $(|C\rangle_1|D\rangle_2 - |D\rangle_1|C\rangle_2)/\sqrt{2}$ (esos resultados se obtienen aplicando las reglas anteriores de transformación a cada una de las entradas), de modo que en el primer caso los fotones salen juntos del divisor de haz, y en cambio en el segundo sale uno por cada lado. De esta manera, si hay detección simultánea de C y D el estado de la parte espacial de los fotones no puede ser otro más que $|\Psi_A\rangle_{12}$, y éste corresponde al estado de polarización entrelazado de ambos fotones $|\Psi^-\rangle_{12}$ [Cf. siguiente epígrafe sobre Bosones y Fermiones].

Medida de estados de Bell. Bosones y Fermiones

- Para los fotones empleados, su estado total (espacial y de polarización) viene dado por $|\psi\rangle = |\psi_{pol}\rangle|\psi_{espacial}\rangle$.
- En sistemas de dos partículas idénticas la función de onda total tiene que ser simétrica o antisimétrica respecto al intercambio de partículas:
 - Si las partículas son bosones, $|\psi\rangle_{12} = |\psi\rangle_{21}$: es simétrica.
 - Si las partículas son fermiones, $|\psi\rangle_{12} = -|\psi\rangle_{21}$: es antisimétrica.
- Como los fotones son bosones, los tres estados de Bell simétricos ($|\Psi^+\rangle_{12}$, $|\Phi^\pm\rangle_{12}$) tienen que ir acompañados de una parte espacial simétrica $|\Psi_S\rangle_{12}$, mientras que el estado de Bell antisimétrico ($|\Psi^-\rangle_{12}$) irá con una parte espacial antisimétrica $|\Psi_A\rangle_{12}$.
- De este modo, los cuatro estados totales asociados a los cuatro estados de Bell de polarización son:

$$|\Psi^+\rangle_{12}|\Psi_S\rangle_{12}, |\Psi^-\rangle_{12}|\Psi_A\rangle_{12}, |\Phi^+\rangle_{12}|\Psi_S\rangle_{12}, |\Phi^-\rangle_{12}|\Psi_S\rangle_{12}$$
 con $|\Psi_S\rangle_{12} = |\Psi_S\rangle_{21}$ y $|\Psi_A\rangle_{12} = -|\Psi_A\rangle_{21}$

Según el protocolo general, si Alicia obtiene el estado $|\Psi^-\rangle_{12}$ en su medida, el cúbit de Benito se halla en el estado $-|\psi\rangle$ original (salvo una fase irrelevante) sin necesidad de hacer

ninguna operación adicional (operación identidad I). Así pues, se ha consumado la teleportación. Ciertamente esta propuesta de analizador de estados de Bell sólo reconoce un estado de Bell de los cuatro posibles y, puesto que ese estado aparece un 25% de las veces, sólo con probabilidad $1/4$ se hará efectiva la teleportación.

Puede mejorarse el analizador de Bell de manera que discrimine también el estado $|\Psi^+\rangle_{12}$. Esto se debe a que este estado es distinguible de $|\Phi^+\rangle_{12}$ y de $|\Phi^-\rangle_{12}$, ya que en $|\Psi^+\rangle_{12}$ los fotones tienen polarizaciones opuestas [6].

Algunos detalles técnicos relevantes

- i. Para hacer una medida de Bell de los fotones 1 y 2, hay que conseguir que sean indistinguibles: tienen que llegar a la vez al divisor de haz. Esto se logra desplazando el espejo móvil que crea el par 1-4 hasta ajustar el tiempo de llegada (“retraso”). La detección del fotón 4 simplemente garantiza que el 1 está en camino.
- ii. El divisor de haz en polarización (PBS) transmite una polarización y refleja la polarización perpendicular a ella. Aquí se coloca de manera que deje pasar $+45^\circ$ y refleje -45° . De este modo si se polariza el fotón 1 a $+45^\circ$, cuando el “retraso” es cero y se registran coincidencias en f1 y f2 (y el 4 en d0), deberíamos detectar el fotón 3 en d2. Así ocurrió experimentalmente [5].

El grupo de Zeilinger ha realizado recientemente en Viena la teleportación de fotones a una distancia de 600m empleando el procedimiento anterior con el analizador mejorado comentado más arriba que discrimina dos de los cuatro estados de Bell [7].

3.2. El experimento de Roma

Fue realizado por el grupo de De Martini [8] siguiendo una idea original de Popescu. Anotamos, a continuación, sus características más relevantes.

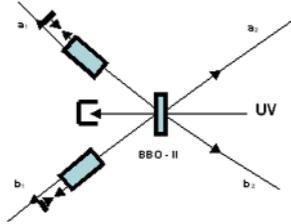
En este experimento en vez de utilizar 3 fotones se utilizan sólo 2 aprovechando dos grados de libertad de una de las partículas. De esta manera, Alicia, en vez de medir conjuntamente dos partículas entrelazadas, con la dificultad que eso supone, analiza los estados de Bell que se refieren a dos aspectos entrelazados de una misma partícula: la dirección y la polarización.

Popescu [9] ideó un ingenioso procedimiento para transformar el entrelazamiento de polarizaciones en entrelazamiento de direcciones partiendo, como en el experimento de Innsbruck, de un cristal convertidor paramétrico a la baja e interponiendo sendos cristales de calcita con espejos en la trayectoria de los fotones. Al salir de la calcita las polarizaciones verticales se reflejan en un espejo y viajan hacia la derecha. Las horizontales se dejan pasar hacia la izquierda. De este modo, en el estado inicial $|\phi\rangle = |V\rangle_s|H\rangle_i + |H\rangle_s|V\rangle_i$ (s:

Física para todos
Física no mundo

superior; i: inferior); $|H\rangle_s \rightarrow |a_1\rangle$; $|H\rangle_i \rightarrow |b_1\rangle$; $|V\rangle_s \rightarrow |b_2\rangle$; $|V\rangle_i \rightarrow |a_2\rangle$ y el estado resultante es $|\varphi\rangle = |a_1\rangle|a_2\rangle + |b_1\rangle|b_2\rangle$, el cual es un estado entrelazado en las direcciones, en el que el fotón que se mueve hacia la izquierda está polarizado horizontalmente, mientras que el que va hacia la derecha está verticalmente polarizado.

El estado desconocido que se va a teleportar no es aquí una partícula independiente, sino que se inscribe en la polarización de uno de los fotones. Para ello se actúa a la vez sobre las trayectorias superior e inferior de ese fotón, rotando su polarización. Después de recombinar las dos trayectorias anteriores, Alicia dispone de un detector que le permite reconocer los cuatro estados de Bell. Comunica (por un canal clásico) su resultado a Benito para que éste realice la operación unitaria correspondiente sobre el otro fotón a fin de recuperar el estado teleportado y consumir así la teleportación.

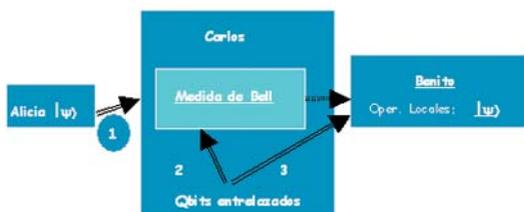


3.3. El experimento de Ginebra a través de una red comercial de telecomunicaciones

Recientemente [10], en el empeño de convertir a la teleportación en una herramienta práctica de uso tecnológico próximo, el grupo de N. Gisin en Ginebra ha implementado el protocolo de teleportación con importantes, pero sencillas, variaciones. Los detalles técnicos pueden ser consultados en [10]. Nos limitaremos a destacar las diferencias relevantes que convierten a esta propuesta en un importante paso hacia delante en la consecución de la tecnología cuántica de la información.

En primer lugar, por cuestiones prácticas, Alicia quedará desdoblada en dos personas, la Alicia original y Carlos, que desempeñará las veces de funcionario de correos que hará llegar el estado de aquélla a Benito.

Las características singulares más relevantes de este experimento son:



1. Los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ de los cúbits empleados representan, respectivamente, los modos del campo de radiación electromagnética con 0 y 1 fotón, respectivamente, de una frecuencia adecuadamente escogida⁴. En inglés reciben el nombre de *time-bin qubits*. Esta elección para la codificación cuántica de la información es muy robusta frente a la pérdida de coherencia de los estados por efecto de la transmisión en la fibra óptica y porque permiten experimentos con distancias largas entre Alicia y Benito (véase [11] para un compendio de las propiedades de estos cúbits).
2. Los cúbits 1 y 2, esto es, el original a teleportar y el primero del par entrelazado, sobre los que posteriormente se practica una medida de Bell, provienen de pulsos de láser *diferentes*. Conceptualmente este hecho supone un gran avance hacia la posibilidad de emplear en el futuro fuentes láseres distintas para sendos cúbits.
3. El estado $|\psi\rangle$ que Alicia desea teleportar se crea *después* de que Benito tenga en su poder el cúbit 3 que, tras la consecución del protocolo, adquirirá tal estado $|\psi\rangle$. En otras palabras, la distribución del entrelazamiento se realiza *antes* de la preparación del estado a teleportar.
4. Finalmente, tanto la comunicación clásica como la transmisión de los cúbits entre Carlos y Benito se realiza a través de la red de telecomunicaciones de la compañía suiza Swisscom. Por tanto, se apunta nuevamente a la posibilidad de alcanzar el grado de tecnología comercial cotidiana en un futuro a corto/medio plazo.

En el experimento del grupo de Gisin, al igual que en la propuesta pionera de Zeilinger, se emplean 4 fotones, proporcionando el cuarto, a voluntad del experimentador, la información acerca de si el cúbit de Alicia ha sido efectivamente creado o no. Asimismo, la medida de Bell, que sigue principios análogos a los expuestos con anterioridad, tan sólo discrimina el estado de Bell $|\Psi\rangle$.

En [10] se comunican dos experimentos, a saber, (i) teniendo en cuenta la información del cuarto cúbit y (ii) despreciando tal información. En cualquiera de ellos, el estado se consigue teleportar con una alta fidelidad⁵, que además permite a los autores concluir que la pérdida de coherencia en la transmisión de los cúbits permanece mínima.

3.4. Otros experimentos con fotones

Los experimentos descritos anteriormente suponen la teleportación de grados de libertad cuantizados discretamente, como el estado de polarización de un fotón o el número de

⁴En realidad, en el experimento se emplean dos longitudes de onda, a saber, 1310 nm y 1555 nm, motivadas por su buen comportamiento frente a la fibra óptica. Los cúbits 1 y 2 del esquema presentan la menor longitud de onda, mientras el cúbit 3 tiene la mayor.

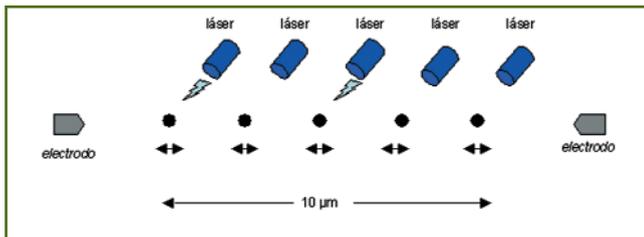
⁵La fidelidad F es una figura de mérito entre 0 y 1 que permite saber cuán parecidos son dos estados cuánticos. Si la fidelidad entre dos estados es 1, ambos estados son iguales; si es 0, ambos estados son ortogonales y, por tanto, unívocamente discernibles.

fotones. Sin embargo, también se han llevado a cabo experimentos de teleportación que involucran variables continuas del sistema (para una recopilación véase [12]).

Como anteriormente, los sistemas involucrados son pulsos de luz. El primer experimento fue realizado por el equipo de H.J. Kimble en 1998 [13], consiguiendo teleportación incondicional, esto es, todos los estados originales son teleportados, no sólo aquéllos que involucran el estado de Bell $|\Psi\rangle$. La fidelidad alcanzada para el estado final teleportado fue $F = 0.58 \pm 0.02$, por encima de aquella máxima obtenida por medios exclusivamente clásicos. Además, el sistema en manos de Benito tras la teleportación está ahora disponible y no es destruido, por lo que puede ser empleado en algún otro protocolo.

3.5. Teleportación de iones

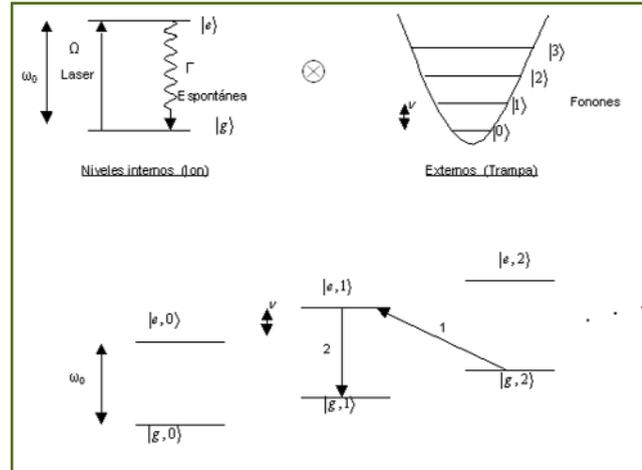
Mediante campos eléctricos estáticos y oscilantes se consigue crear una tira unidimensional formada por iones separados unas pocas micras unos de otros que sólo pueden moverse ligeramente en la dirección de la tira, la cual constituye, por tanto una “trampa de iones”. Cada ion constituye un cúbit o sistema de dos estados (fundamental (g) y excitado (e)). Aplicando pulsos de Rabi ajustados a la frecuencia de resonancia del sistema $[\omega_0 = (E_e - E_g) / \hbar]$ podemos inducir transiciones entre estos estados y conseguir, por tanto, superposiciones de los mismos.



Para conseguir una precisa interacción de unos iones con otros (necesaria para realizar puertas lógicas de 2 cúbits o producir estados de Bell) se requiere enfriar los iones de manera que se comporten como un cristal con modos de vibración controlados.

Para enfriar los iones se utilizan dos técnicas: la primera es el enfriamiento Doppler y consiste básicamente en desplazar ligeramente hacia el rojo la frecuencia del láser Rabi que ilumina los iones de manera que sólo los iones que se muevan hacia el láser absorban el fotón correspondiente y reduzcan, por tanto, debido al impacto, su velocidad. Así se consigue bajar la temperatura hasta los milikelvin. Se puede enfriar aún más los iones llevando el cristal a su modo de vibración más bajo. Los cuantos de vibración del cristal se llaman fonones. El modo de vibración más bajo o estado fundamental corresponde a que haya 0 fonones en el cristal. Para reducir el número de fonones hasta llegar al estado fun-

damental se emplea otra técnica llamada “enfriamiento por desplazamiento lateral”. Consiste en inducir transiciones $|g, n\rangle \rightarrow |e, n-1\rangle$. Los estados $|e, n\rangle$ así alcanzados decaen espontáneamente a estados $|g, n\rangle$. (Ver figura). La temperatura puede llegar así hasta los microkelvin.



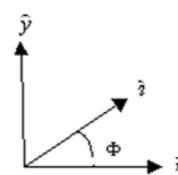
Una vez que el cristal está en su modo fundamental puede lograrse el acoplo de dos cúbits utilizando los fonones como mediadores. La idea básica es transferir la información desde un cúbit al modo vibracional externo y de éste al otro cúbit. Así se consigue una interacción coherente entre ambos. Tanto en éste como en los casos que hemos mencionado antes, el acoplo entre dos niveles de energía se logra mediante pulsos de Rabi.

Un pulso de Rabi aplicado a un sistema de dos niveles $|0\rangle, |1\rangle$, autoestados de un operador $\vec{\sigma} \cdot \hat{z}$ correspondiente a un campo $B_0 \hat{z}$, es un campo oscilante o rotatorio de frecuencia igual a la propia del sistema $[\omega_0 = (E_1 - E_0) / \hbar]$ perpendicular al campo $B_0 \hat{z}$. Supone una rotación del cúbit alrededor de un eje \hat{n} perpendicular a \hat{z} , y que forma un ángulo Φ con el eje \hat{x} . Este ángulo Φ depende de la fase que la onda creada por el láser tenga en el lugar donde esté situado el ion. La rotación está descrita por el operador:

$$e^{-i\frac{\theta}{2}\vec{\sigma}\cdot\hat{n}} = \cos\frac{\theta}{2} - i\vec{\sigma}\cdot\hat{n}\text{sen}\frac{\theta}{2} = \cos\frac{\theta}{2} - i(\sigma_x \cos\Phi + \sigma_y \text{sen}\Phi)\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

El ángulo de rotación θ es, en el pulso de Rabi, Ωt . Ω depende de la intensidad del láser y su acoplo al ion y t es el tiempo de aplicación del pulso. Al aplicar el operador de rotación a los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, se obtiene:

$$|0\rangle \rightarrow \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle - i\text{sen}\frac{\theta}{2}e^{i\Phi}|1\rangle$$



Física para todos
Física no mundo

$$|1\rangle \rightarrow \cos\frac{\theta}{2}|1\rangle - i \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} e^{-i\Phi} |0\rangle$$

De manera que, por ejemplo, un pulso π ($\theta = \Omega t = \pi$ rad.) es, si $\Phi = 0$, el operador σ_x ; y si $\Phi = \pi/2$, el operador σ_y . Además, como $i\sigma_z = \sigma_x \sigma_y$, σ_z puede implementarse con dos pulsos sucesivos.

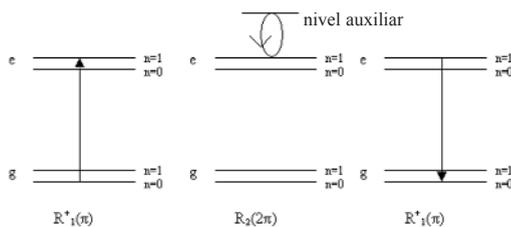
Los pulsos $\pi/2$ ($\theta = \pi/2$ rad.) son, si $\Phi = \pi/2$, puertas H (de Hadamard):

$$|0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}; |1\rangle \rightarrow -\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Los pulsos de Rabi permiten, además, construir puertas lógicas de 2 cúbits. Para ello será necesario desplazar la frecuencia del pulso al azul de manera que incorpore el incremento de frecuencia debido al modo vibracional y por tanto sólo actúe cuando haya 1 fonón en el cristal. Veamos, a modo de ejemplo característico, una posible puerta C_Z : el 2º cúbit o cúbit objetivo cambia de fase cuando está en el estado excitado si y sólo si el primer cúbit o cúbit de control está en el estado fundamental.



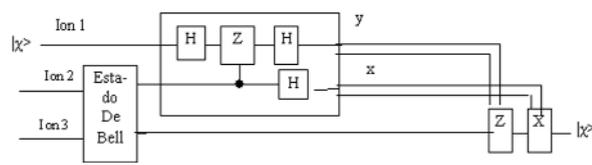
Para conseguir esta puerta C_Z aplicamos tres pulsos:



Los pulsos R^+ están desplazados al azul, de modo que afectan al estado de vibración del cristal. El pulso $R^+(\pi)$ lleva el primer ion del estado $|g,0\rangle_1$ al estado $|e,1\rangle_1$, con lo que el cristal pasa a su modo de vibración excitado. El pulso $R_2(2\pi)$ cambia la fase del segundo ion (utilizando para ello un nivel auxiliar) si este ion estaba en el estado excitado “e” si y sólo si además el cristal estaba en el modo de vibración excitado. Realiza, por tanto, la transición: $|e,1\rangle_2 \rightarrow -|e,1\rangle_2$. Por último, se aplica otro pulso $R^+(\pi)$ que devuelve el ion 1 a su situación original: $|e,1\rangle_1 \rightarrow |g,0\rangle_1$.

Teleportación con iones atrapados

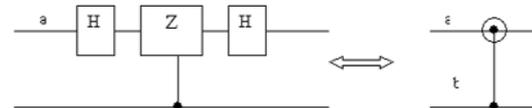
Con todos estos elementos podemos explicar ya cómo se realiza la teleportación con iones atrapados. El circuito que dibujamos a continuación corresponde, básicamente, al esquema de la teleportación con iones atrapados que se realizó en Innsbruck en el año 2004 [14].



Es fácil comprobar que el bloque superior transforma una base de Bell en una base canónica. La puerta C_Z intercalada entre dos puertas H, que realizan la transformación

$$|0\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}; |1\rangle \rightarrow \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

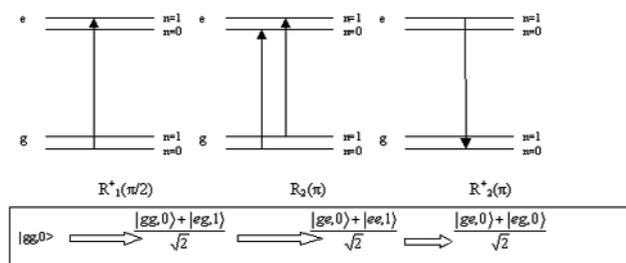
equivale a una puerta CNOT, la cual cambia el valor de a cuando b vale 1.



El efecto conjunto, por tanto, del bloque superior actuando sobre una base de Bell es la obtención de dos bits, x e y , que controlan la actuación a realizar sobre el tercer ion: Cuando el bit de fase “ y ” vale 0, se aplica la transformación Z (σ_z) al cúbit 3. Y si el bit de paridad “ x ” vale 0 se aplica la transformación X (σ_x) al cúbit 3. La tabla adjunta nos presenta el panorama general y confirma las operaciones unitarias del protocolo original:

Estado Bell	Bit fase y	Bit fase x	Transformación
$ \Psi^-_{12}\rangle$	1	1	Ninguna
$ \Psi^+_{12}\rangle$	0	1	σ_z
$ \Phi^-_{12}\rangle$	1	0	σ_x
$ \Phi^+_{12}\rangle$	0	0	$\sigma_x \sigma_z = \sigma_y$

Del circuito de teleportación presentado arriba sólo resta aclarar cómo se obtiene el estado de Bell de los iones 2 y 3. También aquí se utilizan pulsos de Rabi. La creación, por ejemplo, del estado Ψ^+ se consigue mediante la siguiente sucesión de pulsos:



3.6. Teleportación entre luz y materia

En las implementaciones anteriores, la teleportación se realiza entre sistemas físicos de idéntica naturaleza, a saber, entre fotones exclusivamente o entre iones o átomos exclusivamente. Recientemente el grupo de E. Polzik [15] ha conseguido llevar a cabo la teleportación de un estado de pocos fotones a una colectividad de átomos, esto es, teleportar un estado de la luz sobre la materia.

La importancia de este experimento en el ámbito de la teoría cuántica de la información es muy notable a sabiendas de que la radiación se emplea normalmente como transmisor de la información y la materia es considerada como un magnífico candidato para ejercer de memoria de almacenamiento de tal información. El experimento de Polzik, por tanto, es un sobresaliente ejemplo de cómo la teleportación puede ser una valiosa herramienta para trasladar la información de los medios transmisores a las memorias.

Los detalles de la propuesta original y del experimento pueden consultarse en [15] y [16]. La descripción matemática ahora requiere una mayor complejidad (entre otras cosas, la descripción de la teleportación en el lenguaje de variables canónicas y cuadraturas), por lo que nos limitaremos a remarcar las diferencias físicas más notables:

1. El sistema de Alicia, cuyo estado desea teleportarse, es un pulso electromagnético en estado coherente con pocos fotones. Éste corresponderá al cúbit 1 de la propuesta original.
2. El par entrelazado consiste en otro pulso electromagnético (el cúbit 2) y una nube de unos 10^{12} átomos de cesio (el cúbit 3), que permanece en posesión de Benito. El estado de éste último corresponde a dos modos colectivos de espín de la colectividad. El entrelazamiento se crea al hacer pasar el pulso de luz (cúbit 2) a través de la nube atómica de Benito, interaccionando de tal modo que se produzca el entrelazado. Seguidamente tal pulso viaja hacia Alicia. Es importante reseñar que a pesar del alto número de átomos, sólo recibirá el estado teleportado aquella fracción de ellos correspondiente al número de fotones en el pulso de Alicia.
3. La medida de Bell nuevamente se realiza sobre los estados de fotones, a saber, empleando un divisor de haz sobre el pulso de luz original de Alicia y el proveniente de Benito.

El resto del protocolo se aplica de manera análoga (comunicación clásica de Alicia a Benito, transformaciones unitarias locales sobre la colectividad de átomos con la ayuda de campos magnéticos auxiliares,...). El experimento se realizó para distintos valores del número de fotones contenidos en el pulso de Alicia, comprobando, por tanto, la dependencia de la fidelidad F_n de la teleportación con tal número de fotones n . En todos los casos reportados, la fidelidad supera

aquella alcanzable por medios puramente clásicos: $F_2 = 0.64 \pm 0.02$, $F_5 = 0.61 \pm 0.02$, $F_{10} = 0.59 \pm 0.02$, $F_{20} = 0.58 \pm 0.02$, $F_{300} = 0.56 \pm 0.02$.

Este experimento supone un avance no sólo porque realiza la teleportación entre sistemas físicos de diferente naturaleza, sino también porque involucra un sistema atómico mesoscópico y porque la teleportación se realiza entre dos sistemas separados por una distancia típicamente macroscópica (50cm), en contraste con implementaciones anteriores. Se esperan mejoras de estos resultados empleando pulsos comprimidos de luz (*squeezed light*).

3.7. Conclusiones

Como parte del desarrollo de la teoría cuántica de la información, la teleportación se erige en una valiosa herramienta para distribuir entre un emisor y un receptor la información codificada en estados cuánticos de un sistema. El protocolo es, salvo detalles de implementación experimental, universal y responde siempre al mismo esquema. En la práctica se han realizado ya numerosos experimentos con éxito teleportando estados cuánticos entre fotones, entre iones y de fotones a átomos. Esto sólo es una parte del comienzo de las tecnologías genuinamente cuánticas, donde se hace uso de y se explotan las singulares peculiaridades de los sistemas cuánticos para procesar la información.

Bibliografía

- [1] G. GARCÍA-ALCAINE, *REF* **12** (1), 6 (1998); A. GALINDO, *REF* **14** (1), 30 (2000); J.I. CIRAC, *REF* **14** (1), 48 (2000); M. CALIXTO, *REF* **15** (2), 35 (2001); P.J. SALAS Y A.L. SANZ *REF* **15** (3), 20 (2001).
- [2] J.S. BELL, *Lo decible y lo indecible en mecánica cuántica*, Alianza Editorial, Madrid, 1990.
- [3] C.H. BENNETT *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [4] W. WOOTTERS AND W. ZUREK, *Nature* **299**, 802 (1982).
- [5] D. BOUWMEESTER *et al.*, *Nature* (London) **390**, 575 (1997).
- [6] K. MATTLE *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4656 (1996).
- [7] R. URSIN *et al.*, *Nature*, **430**, 849 (2004).
- [8] D. BOSCHI *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1121 (1998).
- [9] S. POPESCU, HPL-BRIMS-97-09 Technical Report (quant-ph/9501020).
- [10] O. LANDRY *et al.*, para publicar en *J. Opt. Soc. Am. B*, número especial Optical Quantum-Information *Science*, febrero 2007 (quant-ph/0605010).
- [11] W. TITTEL AND G. WEIHS, *Quantum Inf. and Comp.* **1**, 56 (2001).
- [12] S. PIRANDOLA AND S. MANCINI, quant-ph/060427.
- [13] A. FUKUDA *et al.*, *Nature* **282**, 705 (1998).
- [14] M. RIEBE *et al.*, *Nature* **429**, 734 (2004).
- [15] J. SHERSON *et al.*, quant-ph/0605095.
- [16] K. HAMMERER *et al.*, *Phys. Rev. A* **72**, 052313 (2005).